

I. rész

1. Pisti keresett két olyan számot, amelyre teljesül, hogy $a < b$. Igaz-e, hogy $a^2 < b^2$? Válaszát példával támassza alá!
2. Két inga lengésideje 36, illetve 45 másodperc. Ha a két ingát egyszerre indítjuk, akkor lengésük során leghamarabb mennyi idő múlva kerülnek újra egyszerre a kiindulási helyzetbe?
3. Egy küldöttség utazik külföldre. Kilencen tudnak közülük angolul, hatan németül, ketten mindkét nyelven beszélnek. Hány tagú a küldöttség, ha hárman e két nyelv egyikén sem tudnak megszólalni?
4. Nyolc barát találkozik. Kézfogással üdvözlik egymást. Hány kézfogásra kerül sor?
5. Mely valós számok elégítik ki a következő egyenletet: $|x^2 - 4| = (x + 2)(x - 2)$?
6. Az x mely értékeire igaz:
a) $2^{x-1} = 64$; b) $2^{1-x} = 64$; c) $2^{x-6} = 64$?
7. Határozza meg x azon értékét, amelyre igaz, hogy $\log_2 x = \log_2 6 + \log_2 2 - \log_2 4$!
8. Adja meg az $x^2 + y^2 = 100$ körnek azon pontjait, amelyeknek ordinátája -6 !
9. A valós számok mely értékeire teljesül a $[0; 2\pi]$ intervallumban, hogy $\sin x \geq \frac{1}{2}$?
10. Egy szimmetrikus trapéz hosszabbik alapja 7 cm, az alapon fekvő szögei 60° -osak, szárjai 4 cm-esek. Mekkora a rövidebbik alap?
11. Egy háromszög oldalai: a , $a\sqrt{2}$, $a\sqrt{3}$. Határozza meg a háromszög legnagyobb szögét!
12. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy szabályos játékkockát többször feldobva, a második dobásnál kapunk először 6-ost?

II./a rész

13. Adott négy számkártya: a , a , b , b ; ahol a , b rögzített, egymástól és 0-tól különböző két számjegy.
a) Hányféle négyjegyű szám állítható elő ezekből?
b) Melyik a legnagyobb az a)-beli számok közül, ha $a > b$?
c) Bizonyítsa be, hogy a legnagyobb és legkisebb így előállítható négyjegyű szám különbsége osztható 9-cel!
d) Hogyan kell megválasztani a -t és b -t, hogy e különbség 18-cal is osztható legyen?
14. Egy konvex sokszög oldalai és átlói számának összege 91.
a) Hány oldalú a sokszög?
b) Mennyi a belső szögeinek összege?
15. A következő táblázat Budapest napi középhőmérsékletét mutatja április hónapban, tizedfok pontossággal (az 1871 és 1950 közötti években mért adatok alapján; Magyar Statisztikai Zsebkönyv, 1961).

nap	°C	nap	°C	nap	°C	nap	°C	nap	°C
1	9,3	7	10,0	13	10,7	19	12,2	25	13,2
2	9,2	8	9,7	14	11,2	20	12,4	26	13,4
3	9,4	9	9,7	15	11,9	21	12,7	27	13,4
4	9,4	10	10,0	16	12,0	22	12,9	28	13,7
5	10,0	11	10,4	17	12,0	23	12,8	29	13,8
6	10,0	12	10,8	18	11,6	24	13,1	30	14,1

- a) Melyik középhőmérséklet fordult elő legtöbbször (módusz)?
- b) Állapítsa meg a havi középhőmérsékletet (átlag)!
- c) Állapítsa meg 10 naponként a tíz napra eső középhőmérsékletet! Ezek átlaga megegyezik-e a havi középhőmérséklettel?

16. A VAGYONOS Bank GAZDAG nevű betétjének a bruttó éves kamata 100 ezer és 1 millió forint közti összeg esetén:

30 naptól	60 naptól	90 naptól	180 naptól
7,00 %	7,25 %	7,50 %	6,75 %

A kamat fix kamat; a lekötés időtartama alatt nem változik.

Marci bácsi 400 ezer forintot akar betenni a bankba. A táblázat mutatja, hogy akkor járna a legjobban, ha pénzét 179 napra kötné le. (Ekkor lejáratkor a teljes időtartamra a 7,50%-os évi kamatot kapná.). Marci bácsi tudja, hogy 2 hónap múlva szüksége lesz bizonyos összegre, ezért 100 ezer forintot 60 napra, 300 ezret 179 napra köt le. Összesen mennyi kamathoz jut, ha a tervezett futamidőknek megfelelően veszi ki a kamattal megemelt összegeket?

II./b rész

17. Egy egyenes áthalad a (0; 5) és az (1; 3) ponton. E két pont egy olyan másodfokú függvény grafikonjára (parabolára) is illeszkedik, amelynek tengelypontja éppen a (0; 5) pont.

- Írja fel az egyenes egyenletét!
- Adja meg a másodfokú függvényt!
- Határozza meg a másodfokú függvény zérushelyeit!

18. Jelölje ki az $ABCD$ négyzet belsejében az E pontot úgy, hogy a BCE szabályos háromszög legyen!

- Mekkora AE , ha $AB = 12$ cm?
- Bizonyítsa be, hogy az ADE és a BCE háromszögek területének összege éppen az $ABCD$ négyzet területének fele!
- Hányféleképpen lehet befesteni a négyzet belsejében keletkezett 4 háromszöget csupa különböző színnel, ha 5 szín áll rendelkezésünkre?

19. Adott egy 8 cm élű kocka.

- Tekintse a kocka egyik lapját! E négyzet oldalain az egyik csúcsponttól pozitív körüljárási irányban kiindulva jelölje ki az első negyedelőpontokat! Milyen négyszöget határoz meg ez a négy pont? Mekkora e négyszög területe?
- A kocka síkmetszetei között vannak szabályos háromszögek is. Rajzolja be a kocka ábrájába a legnagyobb ilyen szabályos háromszögek egyikét. Hány ilyen van?
- Mekkora egy ilyen háromszög oldala?